

2.3.11 Proměnná I

Předpoklady: 020310

Př. 1: Vyřeš rovnice pomocí ekvivalentních úprav.

a) $x + \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$

b) $\frac{2}{5}x = 3$

c) $2x - 3 = 9$

d) $5x - 5 = x + 11$

a) $x + \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \quad / -\frac{2}{3}$

$$x = \frac{3}{4} - \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{9}{12} - \frac{8}{12} = \frac{1}{12}$$

b) $\frac{2}{5}x = 3 \quad / : \frac{2}{5}$

$$x = 3 : \frac{2}{5} = 3 \cdot \frac{5}{2} = \frac{15}{2} = 7 \frac{1}{2}$$

c) $2x - 3 = 9 \quad / +3$

$$2x = 9 + 3$$

$$2x = 12 \quad / :2$$

$$x = 12 : 2 = 6$$

d) $5x - 5 = x + 11 \quad / -x$

$$5x - x - 5 = 11 \quad / +5$$

$$4x = 11 + 5$$

$$4x = 16 \quad / :4$$

$$x = 16 : 4 = 4$$

Pedagogická poznámka: Následující příklad je z minulé hodiny. Žáci, kteří ho nestihli ve škole, ho mají za domácí úkol. Nyní ho pouze kontrolujeme.

Př. 2: Na stole leží dvě hromádky. V jedné je jedna Kačka a několik Trií, v druhé jsou samá Dua. Kolik je Duí? Kolik Trií? Hledej všechna řešení.

První možnost: *KT DD* (obojí má hodnotu 4)

Další možnost *KTTT DDDDD* (obojí má hodnotu 10)

Další možnost *KTTTTT DDDDDDDD* (obojí má hodnotu 16)

Další možnosti získáme tím, že přidáme vždy *TT DDD* (těchto skupin můžeme přikládat nekonečně mnoho $\Rightarrow$ příklad má nekonečně mnoho řešení).

počet Trií	1	3	5	7	9	11	...
počet Duí	2	5	8	11	14	17	...

Př. 3: Jana se doma tátovi pochlubila s řešením příkladu 2 a postěžovala si, že neví, jak všechna řešení popsat (když jich je nekonečně mnoho). Táta ji pochválil a doplnil poslední sloupec tabulky. Co jeho zápisy znamenají? Jakým způsobem se mu podařilo popsat všechna řešení. Jaký je význam písmenka *n*?

počet Trií	1	3	5	7	9	11	$2n+1$
počet Duí	2	5	8	11	14	17	$3n+2$

Zápis $2n+1$ znamená, že počet Trií na hromádce získáme tím, že vezmeme nějaké číslo, vynásobíme ho 2 a přičteme k němu jedničku. Například:

- $2n+1 = 2 \cdot 0 + 1 = 1$,
- $2n+1 = 2 \cdot 1 + 1 = 3$,
- $2n+1 = 2 \cdot 2 + 1 = 5$,
- $2n+1 = 2 \cdot 3 + 1 = 7$,
- $2n+1 = 2 \cdot 4 + 1 = 9$,
- $2n+1 = 2 \cdot 5 + 1 = 11$,
- ...

Všechna řešení tatínek popsal tím, že použil místo číslice písmenko, které může představovat libovolné přirozené číslo (nebo nulu). Písmenko n představuje počet skupin TT , které jsme dali na hromádku (u druhé hromádky představuje počet skupin DDD).

Písmeno n ve výrazech $2n+1$ a $3n+2$ označujeme jako **proměnnou** (protože písmeno n umožňuje zapsat výsledek, který se proměňuje podle toho jaké číslo za proměnnou dosadíme).

Při práci s proměnnou je důležité rozumět nejen významu proměnné, ale i výrazů, kde se vyskytuje:

- n : počet skupin TT (nebo DDD), které jsme přiložili na hromádky,
- $2n$: počet Trií, které jsme přiložili k nejjednodušší hromádce,
- $2n+1$: počet všech trií na hromádce.

Př. 4: Ověř, že počty Duí v tabulce můžeme získat dosazováním přirozených čísel do výrazu $3n+2$.

- $n=1$: $3n+2 = 3 \cdot 1 + 2 = 5$,
- $n=2$: $3n+2 = 3 \cdot 2 + 2 = 8$,
- $n=3$: $3n+2 = 3 \cdot 3 + 2 = 11$,
- $n=4$: $3n+2 = 3 \cdot 4 + 2 = 14$,
- $n=5$: $3n+2 = 3 \cdot 5 + 2 = 17$,

Př. 5: Kolik Duí a kolik Trií bude na hromádkách, pokud skupiny TT a DDD přiložíme patnáctkrát?

Počet Trií: $2n+1 = 2 \cdot 15 + 1 = 31$.

Počet Duí: $3n+2 = 3 \cdot 15 + 2 = 47$.

Př. 6: Kolikrát se přikládaly skupiny TT a DDD , jestliže na hromádce leží 38 Duí? Kolik je na druhé hromádce Trií?

Počty Duí: $3n+2 = 38 \Rightarrow$ získali jsme rovnici $\Rightarrow$ vyřešíme pomocí ekvivalentních úprav.

$$3n+2 = 38 \quad / -2$$

$$3n = 36 \quad / :3$$

$$n = 12$$

Přikládalo se dvanáctkrát.

Počet Trií: $2n+1 = 2 \cdot 12 + 1 = 25$.

Přikládalo se dvanákrát, na druhé hromádce je 25 trií.

Př. 7: Vyřeš rovnice pomocí ekvivalentních úprav.

$$\begin{array}{llll} \text{a) } x - \frac{1}{3} = \frac{2}{5} & \text{b) } 3x - 7 = -5 & \text{c) } \frac{3}{4}x + \frac{1}{2} = 2\frac{1}{3} & \text{d) } 4x + 3 = x - 2 \\ \text{e) } 3x - \frac{1}{2} = x - 1 & \text{f) } 3x - 4 = 3 - 2x & & \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } x - \frac{1}{3} &= \frac{2}{5} \quad / + \frac{1}{3} \\ x &= \frac{2}{5} + \frac{1}{3} \\ x &= \frac{6}{15} + \frac{5}{15} = \frac{11}{15} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 3x - 7 &= -5 \quad / +7 \\ 3x &= -5 + 7 \\ 3x &= 2 \quad / :3 \\ x &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{3}{4}x + \frac{1}{2} &= 2\frac{1}{3} \quad / - \frac{1}{2} \\ \frac{3}{4}x &= \frac{7}{3} - \frac{1}{2} \\ \frac{3}{4}x &= \frac{14}{6} - \frac{3}{6} = \frac{11}{6} \quad / : \frac{3}{4} \\ x &= \frac{11}{6} : \frac{3}{4} = \frac{11}{6} \cdot \frac{4}{3} = \frac{22}{9} = 2\frac{4}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 4x + 3 &= x - 2 \quad / -x \\ 4x - x + 3 &= -2 \\ 3x + 3 &= -2 \quad / -3 \\ 3x &= -5 \quad / :3 \\ x &= -\frac{5}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } 3x - \frac{1}{2} &= x - 1 \quad / -x \\ 3x - x - \frac{1}{2} &= -1 \quad / + \frac{1}{2} \\ 2x &= -1 + \frac{1}{2} \\ 2x &= -\frac{1}{2} \quad / :2 \\ x &= -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } 3x - 4 &= 3 - 2x \quad / +2x \\ 3x + 2x - 4 &= 3 \\ 5x - 4 &= 3 \quad / +4 \\ 5x &= 7 \quad / :5 \\ x &= \frac{7}{5} \end{aligned}$$

Shrnutí: